

HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ MATEMATİK BÖLÜMÜ
LİSANSÜSTÜ SEMİNERLERİ I

PROGRAM

TARİH: 20 KASIM 2022 PAZAR

YER: YAŞAR ATAMAN TOPLANTI SALONU

Yağmur Çakıroğlu (10:00-10:25)

Ağırlıklı Projektif Uzaylar üzerindeki Kodlar ve Onların Cebirsel Değişmezleri

Lachaud tarafından [Lachaud, 1986] makalesinde tanıtılan klasik projektif Reed-Muller kodları, Reed-Muller kodlarının bir çeşididir. Reed-Muller kodları, bilgilerin dijital iletişim kanallarında güvenilir bir şekilde iletilmesinde önemli bir rol oynayan hata düzeltme kodlarıdır. Dolayısıyla projektif Reed-Muller kodları da gerçek hayatta güvenli iletişimde önemli rol oynayan ve çok çalışılan kodlardır. Bu kodlar, belirli bir projektif uzayın noktalarında homojen polinomların hesaplanması ile oluşur. Ağırlıklı projektif uzaylar, klasik projektif uzayların doğal genellemeleri olmak üzere, zengin yapılara sahiptir ve ilginç cebirsel geometrik özellikler göstermektedir. Literatürde bu uzaylar sonlu cisimler üzerinde ilginç kod sınıfları yaratmak için uygun olarak kabul edilmiştir (bkz. [Aubry vd. 2017; Geil, Thomsen, 2013; Sorensen, 1992]). Bu konuşmanın amacı, sonlu bir cisim üzerinde Ağırlıklı projektif Reed-Muller kodları olarak bilinen kodları tanıtmak, bu kodlarla ilgili olarak bazı cebirsel değişmezleri incelemek, bu kombinatorik cebirsel değişmezleri incelemek için bilgisayarlı cebir paketlerinin rolünü ortaya çıkarmaktır. Ayrıca bu kodların temel parametreleri ile ilgili bulunan sonuçlar ve temel parametrelerin cebirsel değişmezlerle olan ilişkileri de bu konuşmada sunulacaktır. Literatürde $P(1, a, b)$ ağırlıklı projektif düzleminin F_q sonlu cismi üzerindeki sıfırlayan idealinin üreteçleri Şahin tarafından [Şahin, 2022] makalesinde verilmiştir. Bu doğrultuda, bu sıfırlayan idealin serbest çözülümü ile ilgili elde edilen sonuçlar sunulacaktır. Kodların boyutunu ve aşık (trivial) kodları eleyebilmek için önemli olan düzenlilik indeksini veren Hilbert fonksiyonu bu sonuçlarla ilişkili olarak verilmiştir. Ek olarak, bu kodların temel parametrelerinden biri olan minimum uzaklıkla ilgili bulunan sonuçlar da sunulacaktır. Konuşma kapsamında verilecek olan bu çalışmalar, 119F177 numaralı Tübitak 1001 projesi kapsamında desteklenmektedir. Ayrıca bu çalışmalar, konuşmacının doktora tez çalışmaları olmakla birlikte, danışmanı Doç. Dr. Mesut Şahin ile ortak çalışmalarıdır.

Sibel Kurt Toplu (10:30-10:55)

Simetrik Reed-Muller Kodlar ve Homomorfik Dönüşümleri

Reed-Muller (RM) kodları, hata düzeltme kodlarının bir sınıfıdır [Huffmann, Pless, 2010]. Genel Reed-Muller kodları (GRM), RM kodların herhangi bir cisim üzerinde inşa edilen bir genişlemesidir [Huffmann, Pless, 2010]. GRM kodlarının bir varyantı ise Simetrik Reed-Muller (SRM) kodlarıdır [Yan, Lin, 2022]. SRM kodları, GRM kodlarının bir alt kümesidir. SRM kodlarının kod kelimeleri simetri özelliğini sağlar. Bu kod ailesi, kod sözcüklerini $E_q(n, r)$ kümesinden alır. Burada $q \in \mathbb{F}$, $n \in \mathbb{N}$ ve $r \in \mathbb{N}$ olmak üzere, $E_q(n, r) \subset F_q[X_1, X_2, \dots, X_n]$ 'dir [Yan, Lin, 2021]. Reed-Muller kodlarının otomorfizma grubunun genel lineer grup ile izomorf olduğu bilinmektedir [Huffmann, Pless, 2010]. Buradan motivasyon alarak, Simetrik Reed-Muller kodlarının otomorfizma grubunu oluşturmaya çalışmaktayız. Çalışmamızda, uygun

q , n ve r için çeşitli örnekler bilgisayar taramasıyla elde edilmiştir. Bu araştırma, Tübitak 2211/A Yurt İçi Genel Doktora Burs Programı tarafından desteklenmiştir.

O. Oğulcan Tuncer (11:00-11:25)

Bernstein Bases and Blossoming

Originally introduced to provide a constructive proof of the Weierstrass approximation theorem for uniform polynomial approximation of continuous functions over a prescribed interval, the Bernstein basis functions today lie at the very foundation of Computer Aided Geometric Design. A powerful technique, *blossoming*, is used to study properties of the Bernstein basis functions and the corresponding Bézier curves and surfaces with these blending functions. We aim to review four different variants of the blossoming scheme associated with four different forms of the Bernstein bases: *the classical Bernstein bases*, *the q -Bernstein bases*, *the negative degree Bernstein bases*, and *the negative degree q -Bernstein bases*. We compare several fundamental identities involving these bases, including the Marsden identities, the partition of unity properties, the reparameterization formulas, and the formulas for representing monomials. We also show that the dual functional properties corresponding to these four types of blossom play a fundamental role in the derivations of these identities.

Damla Acar (11:30-11:55)

Kuantum Hata Düzeltme Kodları ve Sabitleyen Kodları

Kuantum hata düzeltme kodlarının varlığı Shor tarafından [Shor, 1995] makalesinde gösterilmiştir. Kuantum hesaplama ve iletişimde gürültü ile diğer istenmeyen durumlara karşı eşevrelili durumları (coherent state) korumak için bu kodlara ihtiyaç duyulmaktadır. Kuantum hata düzeltme kodu $n > k$ kübit kullanarak k bitlik kuantum bilgisinin saklanması veya iletilmesi yöntemidir. Burada n kübitin herhangi bir alt kümesi keyfi hatalara maruz kalırsa iletilen kuantum bilgisi tam olarak kurtarılabilir. Bu konuşmada kuantum hata düzeltme kodları ele alınacak ve örneklerle açıklanacaktır. Kod ailesinde yer alan her bir durumu sabit bırakan hata operatörlerinin değişmeli bir alt grubuna kodun sabitleyeni, S denir. Kuantum sabitleyen kodu (quantum stabilizer code) ise S 'in ortak $+1$ özuzayıdır. Shor [Shor,1995] ve Steane [Steane, 1996] tarafından bulunan ilk kuantum kod örnekleri sabitleyen kodlardır. Genel kuantum sabitleyen kodları ise Gottesman [Gottesman, 1996] ve Calderbank [Calderbank et al., 1997] tarafından verilmiştir. Bu kodlar basit kodlama algoritmalarına sahip oldukları ve klasik kodlama teorisi kullanılarak analiz edilebildikleri için kuantum hata düzeltme kodları arasında önemli bir yere sahiptir. Bu konuşmada ikili olmayan (nonbinary) kuantum sabitleyen kodları ele alınacaktır.

Çay-Kahve Arası (12:00-12:30)

Nezakat Javanshir (12:30-12:55)

Yerel Simetrik Bağlantılılık Üzerine Bazı Sonuçlar

Bu konuşmada, bir T_0 -metrikimsi uzayda simetrik bağlantılılık kavramının yerleştirilmiş durumu yani yerel simetrik bağlantılılık yapısı ele alınacak ve yerel simetrik bağlantılı T_0 -metrikimsi uzaylara topolojik yaklaşımlar yapılacaktır. Özel olarak, asimmetrik normlu uzaylarda simetrik bağlantılılık ve yerel simetrik bağlantılılığın çakıştığına değinilecektir.

Gökçen Dilaver ((Zoom üzerinden) 13:00-13:25)

Generalized Splines

In this talk, we introduce a generalized spline, which is a vertex labeling of an edge-labeled graph G by elements of commutative ring R with identity so that the difference between the labels of any two adjacent vertices lies in the corresponding edge ideal. These generalized splines form a module over R . We especially focus on generalized spline modules on complete graphs. Furthermore, we define flow-up classes, which are special types of generalized splines, and give some properties. We compute minimum generating sets of constant flow-up classes for spline modules on edge-labeled complete graphs over $\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}$ and determine their ranks under some restrictions.

Sezer Bolat (13:30-13:55)

$C[0, 1]$ Uzayında Fragmentler ve Özellikleri

Fragment kavramı, ilk olarak H. Freudenthal tarafından ortaya atılmıştır. Yakın zamanda latis normlu uzaylar üzerinde tanımlı dikey toplamsal operatörlerin analiz edilmesi için *(bo)*-fragment kavramı M. Pliev tarafından tanımlanmıştır. Verilen bir E vektör latisinde, $x \in E^+$ olmak üzere $z \wedge (x - z) = 0$ koşulunu sağlayan $z \in E^+$ elemanlarına x 'in bir fragmenti denir ve x 'in bütün fragmentlerinden oluşan küme $\mathcal{C}_x = \{z \in E_+ : z \wedge (x - z) = 0\}$ olarak ifade edilir. Benzer şekilde $(V, \|\cdot\|, E)$ latis normlu uzayında, $x \in V$ olmak üzere $\|z\| \wedge \|x - z\| = 0$ koşulunu sağlayan $z \in V$ elemanlarına x 'in bir *(bo)*-fragmenti denir ve x 'in bütün *(bo)*-fragmentlerinden oluşan küme $\mathcal{C}_x^{bo} = \{z \in V : \|z\| \wedge \|x - z\| = 0\}$ olarak tanımlanır.

Bu konuşmada, öncelikle fragmentlerin bazı temel özellikleri tartışılacak ve *(bo)*-fragmentler ile ilişkilerine değinilecektir. Ayrıca fragment kavramı $C[0, 1]$ sürekli fonksiyonlar uzayı üzerinde incelenecek ve bu uzay üzerindeki fragmentler ile ilgili önemli sonuçlar verilecektir.

Tartışılacak sonuçlar [Bolat, Erkuşun-Özcan, Gezer, hakem aşamasında] makalesine dayanmaktadır.